

Tanger le 23/07/2010

**CONCOURS D'ENTREE EN 1<sup>ère</sup> ANNEE DU CYCLE  
PREPARATOIRE  
Epreuve de Maths**

(Nombre de pages 4 et une fiche réponse à remettre au surveillant, correctement remplie, à la fin de l'épreuve)

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Pour chaque question répondre sur la fiche réponse par une croix dans la case correspondante.

(Barème : une réponse juste : +1, une réponse fausse : -1, pas de réponse : 0)

<p>1) Soit <math>S(m)</math> la fonction qui associe à chaque Réel <math>m</math> strictement positif, la surface délimitée par le graphe <math>y = \frac{1}{x}</math> et les droites <math>x = m</math> et <math>x = 2m</math> Alors</p>	<p>a) <math>S(m)</math> est strictement croissante b) <math>S(m)</math> est strictement décroissante c) <math>S(m)</math> est une fonction constante</p>
<p>2) <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln\left(1 + \frac{h}{\pi}\right) =</math></p>	<p>a) <math>\frac{1}{\pi}</math>      b) 0 c) n'existe pas</p>
<p>3) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{3})(\sqrt[6]{3})(\sqrt[9]{3}) \dots (\sqrt[2n]{3}) =</math></p>	<p>a) <math>\sqrt[3]{6}</math> b) 1 c) <math>\sqrt[9]{9}</math></p>
<p>4) Soit <math>f(x) = x^{\ln x}</math>. La tangente à la courbe de <math>f</math> au point <math>x = e</math> est donnée par</p>	<p>a) <math>y = e(x - e)</math>      b) <math>y = x</math> c) <math>y = 2x - e</math></p>
<p>5) Soit <math>(x_n)_n</math> une suite numérique telle que <math>x_0 = 1</math>. Alors <math>\sum_{i=1}^n (x_{i-1} + \frac{1}{2}) =</math></p>	<p>a) <math>\frac{3n}{2}</math>      b) <math>\frac{n^2 + 5n}{4}</math> c) <math>\frac{2n - 1}{4}</math></p>
<p>6) Soit <math>(u_n)_n</math> une suite numérique à termes strictement positifs vérifiant <math>(u_n)^{\frac{1}{n}} \leq M; \forall n \in \mathbb{N}</math> tel que <math>M &lt; 1</math>. On</p>	

<p>définit la suite <math>(W_n)_n</math> par <math>W_n = \sum_{k=0}^n u_k</math>. On considère les assertions suivantes :</p> <p>(I) <math>(W_n)_n</math> est convergente</p> <p>(II) <math>(u_n)_n</math> est bornée</p> <p>(III) <math>\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0</math></p> <p>Laquelle (Lesquelles) des assertions est (sont) VRAIE(S) ?</p>	<p>a) Seulement II</p> <p>b) Seulement II et III</p> <p>c) I, II et III.</p>
<p>7) Pour quelle valeur de <math>x</math>, la fonction définie par <math>f(x) = \int_2^{x^2-3x} e^t dt</math> prend une valeur minimale</p>	<p>a) <math>\frac{3}{2}</math>      b) -2</p> <p>c) 2</p>
<p>8) Soit <math>f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{t^3+2}} dt</math></p> <p>Laquelle parmi ces trois assertions est FAUSSE ?</p>	<p>a) <math>f(0) = 0</math>      b) <math>f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{3}}</math></p> <p>c) <math>f(1) &gt; 0</math></p>
<p>9) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\tan x} =</math></p>	<p>a) N'existe pas      b) 2      c) 0</p>
<p>10) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_1^x e^{u^2} du =</math></p>	<p>a) 0      b) <math>\frac{e}{2}</math></p> <p>c) N'existe pas</p>
<p>11) Soit <math>f</math> une fonction deux fois dérivable telle que <math>f''(x) = 2f'(x)</math> avec <math>f'(0) = f(0) = e</math> Alors <math>f(1) =</math></p>	<p>a) <math>\frac{e}{2}(e^2+1)</math>      b) <math>2e</math>      c) <math>\frac{e^3}{2}</math></p>
<p>12) <math>\int_1^2 (\ln x)^2 dx</math></p>	<p>a) <math>\frac{(\ln 2)^3}{3}</math>      b) <math>2(1 - \ln 2)^2</math></p> <p>c) <math>\frac{8}{3}</math></p>
<p>13) Soient <math>f, g</math> et <math>h</math> trois fonctions telles que :</p> $\begin{cases} h(x) = f(x^3) \\ f'(x) = g(x) \\ g'(x) = f(x^2) \end{cases}$ <p>Alors <math>h''(x) =</math></p>	<p>a) <math>3x^2 g(x^3)</math></p> <p>b) <math>6xg(x^3) + 9x^4 f(x^6)</math></p> <p>c) <math>3x^2 g(x^3) + 6x^3 f(x^5)</math></p>
<p>Soit <math>(V_n)_{n \geq 3}</math> la suite définie par</p> <p>14) <math>V_n = \int_1^n \frac{x}{(1+x^2)^2} dx</math></p> <p>Alors <math>\lim_{n \rightarrow \infty} V_n =</math></p>	<p>a) <math>\frac{1}{4}</math>      b) <math>\frac{1}{2}</math>      c) <math>+\infty</math></p>

<p>15) Soit <math>H(x) = \int_{\sqrt{x}}^{e^x} \frac{1}{\sqrt{\ln t}} dt</math>, alors <math>H'(x) =</math></p>	<p>a) <math>\frac{1}{\sqrt{\ln x}}</math>    b) <math>\frac{e^x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{2x \ln x}}</math>  c) <math>\frac{e^x}{\sqrt{\ln x}} - \sqrt{\frac{x}{\ln x}}</math></p>
<p>16) Soit <math>h(x) = \sqrt{e^x - 1}</math>.  Une primitive de <math>h(x)</math> est donnée par</p>	<p>a) <math>2(x - \arctan x)</math>    b) <math>\sin \sqrt{h(x)}</math>  c) <math>2h(x) - 2 \arctan h(x)</math></p>
<p>17) La fonction <math>f(x) = a \cos x + b \sin x</math> admet comme amplitude le nombre</p>	<p>a) <math>\sqrt{a^2 + b^2}</math>    b) <math>a + b</math>  c) <math>\frac{a + b}{2}</math></p>
<p>Soit <math>B = \{u, v, w\}</math> une base de <math>(\mathbb{R}^3, +, \cdot)</math>.  On considère les familles suivantes  <math>A = \{u - v, u + w, v + w\}</math>  <math>B = \{u, v - 2u, v\}</math>  18) <math>C = \{u + v + w, v + w, w\}</math>  <math>D = \{v + w, -v, -w\}</math>  Alors laquelle ( ou lesquelles ) des familles forme une base ?</p>	<p>a) Seulement B  b) Seulement A et C  c) Seulement A et D</p>
<p>19) Soit <math>F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - 3z = 0\}</math>.  Lequel des systèmes suivants forme une base pour F ?</p>	<p>a) <math>\{(3, 0, 1)\}</math>  b) <math>\{(3, 0, 1); (0, 1, 0)\}</math>  c) <math>\{(3, 0, 1); (1, 0, 3); (0, 1, 3)\}</math></p>
<p>On considère les ensembles suivants  <math>A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = 0\}</math>  <math>B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 - 2y + z = 1\}</math>  20) <math>C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / xz - y = 0\}</math>  <math>D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + z = 0\}</math>  Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de <math>\mathbb{R}^3</math> ?</p>	<p>a) Seulement A et C  b) Seulement A et D  c) Seulement A, C et D</p>
<p>21) Soit <math>W = \left\{ \begin{array}{l} (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / \\ x + y - z = 0 \text{ et } 2x - y = 0 \end{array} \right\}</math></p>	<p>a) <math>\dim W = 1</math>    b) <math>\dim W = 2</math>    c) <math>\dim W = 3</math></p>
<p>22)</p>	

<p>Soit <math>A</math> une matrice carrée d'ordre <math>n</math> vérifiant <math>A^3 - A = -I_n</math>. Soit <math>B = (I_n - A)(I_n + A)</math></p> <p>On considère les égalités suivantes</p> <p>(I) <math>B^{-1} = A</math></p> <p>(II) <math>B^{-1} = (I_n - A)^{-1}(I_n + A)^{-1}</math></p> <p>(III) <math>B^{-1} = (I_n + A)^{-1}(I_n - A)^{-1}</math></p> <p>Parmi lesquelles ou laquelle de ces égalités est VRAIE ?</p>	<p>a) (I) et (III)</p> <p>b) Seulement (II)</p> <p>c) Seulement (III)</p>
<p>23) Soient <math>A, B</math> deux matrices carrées d'ordre <math>n</math>, telle que <math>I_n - AB</math> est inversible.</p> <p>Alors <math>(I_n - BA)^{-1} =</math></p>	<p>a) <math>(I_n - AB)^{-1}</math></p> <p>b) <math>B(I_n - AB)^{-1}A</math></p> <p>c) <math>I_n + B(I_n - AB)^{-1}A</math></p>
<p>24) Soit <math>g</math> une fonction décroissante sur <math>]0, +\infty[</math>, et <math>G(x) = \int_0^x tg'(t)dt</math> définie sur <math>]0, +\infty[</math>.</p> <p>Laquelle parmi ces trois assertions est FAUSSE ?</p>	<p>a) <math>G(x) \leq 0</math> pour tout <math>x &gt; 0</math></p> <p>b) <math>G</math> est croissante sur <math>]0, +\infty[</math></p> <p>c) <math>G(x) = xg(x) - \int_0^x g(t)dt</math></p>
<p>25) <math>\int \frac{1}{\cos x} dx =</math></p>	<p>a) <math>\ln \cos x  + K</math></p> <p>b) <math>\ln\left \tan x + \frac{1}{\cos x}\right  + K</math></p> <p>c) <math>\ln\left \frac{1}{\sin x}\right  + K</math>      <math>K</math> une constante</p>