المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي

المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الإمتحـــــان الوطني الموحد	مـــادة الريــــــــاضيات
لنيل شهادة البكالوريـــــــا	العلوم التجــــــريبية بمسالكها
الدورة الاستدراكية 2010	العلوم التكنولوجـــية بمسلكيها
	مدة الانجــاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

النقط $A(0,-2,0)$ و $B(1,1,-4)$ و $C(0,1,-4)$

و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$.

1. بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,2,3)$ و أن شعاعها هو 5 . — 0,50 ن
2. أ) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\vec{j}+3\vec{k}$ — 1,00 ن
   و استنتج أن : $4y+3z+8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .
   ب) أحسب $d(\Omega,(ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) . — 0,50 ن
3. ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) .
   أ) بين أن : $\begin{cases} x=1 \\ y=2+4t \quad ; \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=3+3t \end{cases}$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . — 0,50 ن
   ب) بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC) هو $(1,-2,0)$ — 0,25 ن
   ج) تحقق من أن H هي نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S) . — 0,25 ن

التمرين الثاني : (3 ن)

1. حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8\sqrt{3}\,z+64=0$. — 1,00 ن
2. نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي : $a=8i$ و $b=4\sqrt{3}-4i$ و $c=2(4\sqrt{3}+4i)$.
   ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه O و زاويته $\frac{4\pi}{3}$.
   أ) بين أن : $z'=\left(\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z$ — 0,50 ن
   ب) تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران $\mathcal{R}$. — 0,25 ن
   ج) بين أن : $\frac{a-b}{c-b}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ثم أكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل المثلثي . — 0,75 ن
   د) استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع . — 0,50 ن

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على ثماني كرات تحمل الأعداد 1 و 1 و 1 و 2 و 2 و 2 و 3 و 3

نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان معا العدد 2 " .

و B الحدث : " الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل العدد 3 " .

1. بين أن $p(A)=\frac{3}{28}$ و أن : $p(B)=\frac{13}{28}$ — 1,25 ن
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا .
   أ) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X . — 0,25 ن

0,75 ن — 2 ب — بين أن : $p[X=1]=\frac{15}{28}$

0,75 ن — 2 ج — إعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{3u_n}{21+u_n} \; ; \; (\forall n\epsilon\mathbb{N}) \\ u_0=1 \end{cases}$$

0,50 ن — 1 — بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N})\; ; \; u_n>0$.

0,75 ن — 2 — بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N})\; ; \; u_{n+1}<\frac{1}{7}u_n$

0,50 ن — 3 — بين أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ تناقصية و أنها متقاربة .

0,75 ن — 4 أ — بين بالترجع أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N})\; ; \; u_n\leq\left(\frac{1}{7}\right)^n$

0,50 ن — 4 ب — حدد نهاية المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$.

التمرين الخامس : (8 ن)

I — نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $\boxed{g(x)=x^3-x-2\ln x+3}$

0,25 ن — I 1 أ — تحقق من أن : $\forall x\epsilon]0;+\infty[\, : 3x^3-x-2=(x-1)(3x^2+3x+2)$

0,50 ن — I 1 ب — بين أن : $\forall x\epsilon]0;+\infty[\, : g'(x)=\frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$

0,25 ن — I 2 أ — تحقق من أن : $\forall x\epsilon]0;+\infty[\, : \frac{3x^2+3x+2}{x}>0$

0,50 ن — I 2 ب — استنتج أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $(x-1)$ على المجال $]0;+\infty[$

0,50 ن — I 3 أ — بين أن الدالة g تناقصية على المجال $]0;1]$ و تزايدية على المجال $[1;+\infty[$.

0,50 ن — I 3 ب — استنتج أن : $\forall x\epsilon]0;+\infty[\, : g(x)>0$ (لاحظ أن : $g(1)>0$) .

II — نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$\boxed{f(x)=x-1+\frac{x-1+\ln x}{x^2}}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ $(\|\vec{\imath}\|=\|\vec{\jmath}\|=1\,cm)$

1,00 ن — II 1 — بين أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ لكل x من المجال $]0;+\infty[$ ثم استنتج أن f تزايدية على $]0;+\infty[$.

0,50 ن — II 2 أ — بين أن : $\lim_{x\to0^+}f(x)=-\infty$ ثم أوّل النتيجة هندسيا .

0,75 ن — II 2 ب — بين أن : $\lim_{x\to+\infty}\frac{x-1+\ln x}{x^2}=0$ ثم أن : $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ (نذكر أن : $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$)

0,50 ن — II 2 ج — بين أن : $(\Delta):y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.

0,50 ن — II 3 — بين أن $y=3(x-1)$ هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة التي زوج إحداثيتيها $(1;0)$.

0,75 ن — II 4 — أنشئ المستقيم (Δ) و $(\mathscr{C})$ (نقبل أن لـ $(\mathscr{C})$ نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها)

1,00 ن — II 5 أ — باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}dx=1-\frac{2}{e}$

0,50 ن — II 5 ب — بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين $(\mathscr{C})$ و (Δ) و المستقيمين $x=1$ و $x=e$ هي : $\left(1-\frac{1}{e}\right)cm^2$.