المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الإمتحانات

الإمتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا
الدورة الإستدراكية 2013

مادة الرياضيات
العلوم التجريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجية بمسلكيها
مدة الانجاز 3h - المعامل 7

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها $R=\sqrt{3}$

1 — بين أن : $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ معادلة ديكارتية للفلكة (S) ثم تحقق أن $A\in(S)$. — 1,00 ن

2 أ — بين أن : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ ثم استنتج أن : $x-y-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) . — 0,75 ن

2 ب — بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في نقطة يتم تحديدها . — 0,50 ن

ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) .

3 أ — بين أن : $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=-t \end{cases} \;;\; (t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . — 0,50 ن

3 ب — استنتج مثلوث احداثيتي نقطتي تقاطع (Δ) مع (S) . — 0,25 ن

التمرين الثاني : (3 ن)

1 — حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+25=0$ — 1,00 ن

2 — نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C و التي ألحاقها على التوالي a و b و c بحيث : $a=4+3i$ و $b=4-3i$ و $c=10+3i$.

2 أ — بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالإزاحة T ذات المتجهة $\overrightarrow{BC}$ هو $d=10+9$. — 0,75 ن

2 ب — تحقق من أن : $\dfrac{b-a}{d-a}=\dfrac{-1}{2}(1+i)$ — 0,50 ن

2 ج — استنتج أن : $\left(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB}\right)\equiv\dfrac{5\pi}{4}\;[2\pi]$ — 0,75 ن

التمرين الثالث : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{1}{5}u_n+\dfrac{4}{5} \;;\; (\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0=2 \end{cases}$$

1 — تحقق من أن : $u_{n+1}-1=\frac{1}{5}(u_n-1)\;;\;(\forall n\in\mathbb{N})$ — 0,50 ن

2 أ — بين بالترجع أن : $u_n>1\;;\;(\forall n\in\mathbb{N})$ — 0,50 ن

0,50 ن		2	ب	بين أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة .
		3		لتكن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية بحيث : $v_n = u_n - 1 \ ; \ (\forall n\in\mathbb{N})$
0,75 ن		3	أ	بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية ثم أكتب v_n بدلالة n
0,75 ن		3	ب	بين أن : $\lim_{n\infty} u_n = 1$

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي كيس على تسع بيدقات : ثلاث بيدقات سوداء و أربع بيدقات بيضاء و بيدقتين خضراوين (لا يمكن التمييز بينها باللمس) . نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من هذا الكيس .

1,00 ن		1		أحسب احتمالي الحدثين A و B المعرفين كما يلي :

A " سحب ثلاث بيدقات من نفس اللون "

B " سحب ثلاث بيدقات مختلفة مثنى مثنى "

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البيدقات السوداء المسحوبة .

0,50 ن		2	أ	حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
1,00 ن		2	ب	أحسب $p[X=1]$ و $p[X=2]$.
0,50 ن		2	ج	حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الخامس : (8 ن)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $\boxed{g(x) = x^2 - x - \ln x}$

0,25 ن	I	1		تحقق أن : $(2x+1)(x-1) = 2x^2 - x - 1$
0,50 ن	I	2		أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0;+\infty[$.
0,50 ن	I	3		أدرس تغيرات الدالة g على المجال $]0;+\infty[$. و استنتج أن : $g(x) \geq 0 \ ; \ \forall x \in]0,+\infty[$
	II			نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $\boxed{f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2}$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة : $1\ cm$)

0,75 ن	II	1	أ	أحسب النهاية : $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ثم أوّل النتيجة مبيانيا .
1,00 ن	II	1	ب	بين أن $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.
0,75 ن	II	2	أ	أحسب $f'(x)$ لكل x من $]0;+\infty[$. ثم بين أن : $\frac{1}{2}f'(x) = \left(\frac{g(x)}{x} + 1\right)$
0,50 ن	II	2	ب	استنتج منحى تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$.
0,50 ن	II	3	أ	حدد معادلة المماس (Δ) للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة $A(1,0)$.
1,00 ن	II	3	ب	أنشئ $(\mathscr{C})$ و (Δ) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.
0,50 ن	II	4	أ	بين أن الدالة $x \longmapsto x(\ln x - 1)$ دالة أصلية للدالة $x \longmapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم أحسب التكامل التالي : $\int_1^e \ln x\, dx$
1,00 ن	II	4	ب	باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2\, dx = e - 2$
0,25 ن	II	4	ج	أحسب بالوحدة cm^2 مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C})$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي : $x = 1$ و $x = e$.