المادة : الفيزياء والكيمياء	**المستوى** : 2 علوم رياضية (أ) و (ب)

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2008 – الدورة الاستدراكية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش　　　**المؤسسة** : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية – تمارة

الكيمياء

الجزء (1) : تفاعل حمض كربوكسيلي مع الماء، ثم مع الأمونياك

1- تحديد الصيغة الإجمالية لحمض كربوكسيلي :

1.1- معادلة تفاعل المعايرة : $C_nH_{2n+1}COOH_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} \rightarrow C_nH_{2n+1}COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

2.1- * حساب التركيز المولي C_A:

عند التكافؤ نحصل على التركيز المولي بتطبيق العلاقة: $C_A V_A = C_B V_{B,E}$

ومنه :
$$C_A = \frac{C_B V_{B,E}}{V_A} = \frac{10^{-2}\times 15}{10} = \underline{1,5.10^{-2}\, mo\ell.L^{-1}}$$

* إثبات الصيغة الإجمالية للحمض الكربوكسيلي:

- نعلم أن: $C_A = \frac{n}{V_0}$ و $n = \frac{m}{M}$ ، ومنه: $C_A = \frac{m}{M.V_0}$ ، أي:

$$M = \frac{m}{C_A.V_0} \Rightarrow (12n+12)+(2n+2)+32 = \frac{m}{C_A.V_0} \Rightarrow 14n+46 = \frac{m}{C_A.V_0}$$

$$\underline{n = \frac{1}{14}\left(\frac{m}{C_A.V_0} - 46\right)}$$

- ت.ع:
$$n = \frac{1}{14}.\left(\frac{0,45}{1,5.10^{-2}\times 0,5} - 46\right) = \underline{1}$$

إذا الصيغة الإجمالية للحمض الكربوكسيلي هي: $C_nH_{2n+1}COOH = CH_3COOH$

2- تحديد الثابتة pK_{A2} للمزدوجة CH_3COOH / CH_3COO^-

1.2- * تعبير التقدم النهائي x_f لتفاعل الحمض مع الماء:

- إنشاء الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة			
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	وفير	$n_i(AH) = C_A.V$
حالة التوازن	$x = x_f$	x_f	x_f	وفير	$C_A.V - x_f$

- حسب الجدول نجد: $n_f(H_3O^+) = x_f \Rightarrow \frac{n_f(H_3O^+)}{V} = \frac{x_f}{V} \Rightarrow \left[H_3O^+\right]_f = \frac{x_f}{V} \Rightarrow x_f = \left[H_3O^+\right]_f.V$

$$\Rightarrow \underline{x_f = 10^{-pH}.V}$$

* إثبات التعبير التالي: $\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = -1 + C_A.10^{pH}$

- حسب الجدول الوصفي: $[CH_3COOH]_f = \frac{n_f(AH)}{V} = \frac{C_AV - x_f}{V} = C_A - \frac{x_f}{V} = C_A - \left[H_3O^+\right]_{éq}$

$$\Rightarrow \ [CH_3COOH]_f = C_A - 10^{-pH}$$

و منه أيضا:
$$[CH_3COO^-]_f = [H_3O^+]_f = 10^{-pH}$$

إذا:
$$\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} = \frac{C_A - 10^{-pH}}{10^{-pH}} = -1 + C_A.10^{+pH}$$

2.2- استنتاج قيمة الثابتة pK_{A2} :

- بالنسبة للمزدوجة قاعدة / حمض: CH_3COOH / CH_3COO^- ، لدينا:

$$pH = pK_{A2} + Log\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} \Rightarrow pK_{A2} = pH - Log\frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$pH = pK_{A2} + Log\frac{[CH_3COOH]_f}{[CH_3COO^-]_f} \Rightarrow \underline{pK_{A2} = pH + Log(-1 + C_A.10^{pH})}$$

- ت.ع: $pK_{A2} = 3{,}3 + Log\left(-1 + 1{,}5.10^{-2} \times 10^{3{,}3}\right) \approx \underline{4{,}76}$

3- دراسة تفاعل الحمض CH_3COOH مع القاعدة NH_3 :

1.3- كتابة معادلة التفاعل:
$$CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} \rightleftarrows CH_3COO^-{}_{(aq)} + NH_4{}^+{}_{(aq)}$$

2.3- حساب ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة هذا التفاعل:

- نطبق العلاقة: $K = \dfrac{K_{A2}}{K_{A1}} = \dfrac{10^{-pK_{A2}}}{10^{-pK_{A1}}}$

- ت.ع: $K = \dfrac{10^{-4{,}76}}{10^{-9{,}2}} \approx \underline{2{,}75.10^4}$

3.3- إثبات تعبير نسبة التقدم τ :

- إنشاء الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} \rightarrow CH_3COO^-{}_{(aq)} + NH_4{}^+{}_{(aq)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة			
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	n_0	n_0
حالة التوازن	$x=x_f$	x_f	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$
تحول كلي	$x=x_m$	x_m	x_m	$n_0 - x_m$	$n_0 - x_m$

- قيمة التقدم الأقصى: $n_0 - x_m = 0 \ \Rightarrow \ x_m = n_0$

- لدينا: $K = \dfrac{[NH_4{}^+]_f \times [CH_3COO^-]_f}{[NH_3]_f \times [CH_3COOH]_f}$ ، ومنه: $K = \dfrac{\frac{x_f}{V} \times \frac{x_f}{V}}{\frac{n_0 - x_f}{V} \times \frac{n_0 - x_f}{V}} = \dfrac{(x_f)^2}{(n_0 - x_f)^2}$

$$\frac{x_f}{n_0 - x_f} = \sqrt{K} \Rightarrow x_f = (n_0 - x_f)\sqrt{K} \Rightarrow x_f(1 + \sqrt{K}) = n_0\sqrt{K} \Rightarrow x_f = \frac{n_0\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

- تعبير نسبة التقدم τ:
$$\tau=\frac{x_f}{x_m}=\frac{\frac{n_0\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}}{n_0}\Rightarrow \underline{\tau=\frac{\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}}$$

- استنتاج: نسبة التقدم τ لتفاعل خليط بدئي متساوي المولات تتعلق فقط بثابتة التوازن K المقرونة بهذا التفاعل.

الجزء (2): عمود نيكل - زنك

1.1- * حساب $Q_{r,i}$ خارج التفاعل في الحالة البدئية:

حسب معادلة التفاعل:
$$Q_{r,i}=\frac{[Zn^{2+}]_i}{[Ni^{2+}]_i}=\frac{5.10^{-2}}{5.10^{-2}}=\underline{1}$$

* استنتاج منحى تطور المجموعة:

بما أن $Q_{r,i}=1<<K=10^{18}$، وحسب معيار التطور التلقائي، فإن المجموعة الكيميائية تتطور في المنحى المباشر، أي وفق منحى تآكل إلكترود الزنك.

2.1- تحديد منحى التيار الكهربائي:

يتأكسد فلز الزنك، حيث يفقد إلكترونات، التي تنتقل من مقصورة الزنك نحو مقصورة النيكل، ويمر إذا تيار كهربائي في المنحى المعاكس.

1.2- تحديد المدة القصوى Δt_m لاشتغال هذا العمود:

- إنشاء الجدول الوصفي للتحول الحاصل:

معادلة التفاعل	$Zn^{2+}{}_{(aq)}$ +	$Ni_{(s)}$ $\rightleftarrows$	$Zn_{(s)}$ +	$Ni^{2+}{}_{(aq)}$	كمية مادة الإلكترونات المتبادلة : $n(e^-)$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة $(mo\ell)$			
الحالة البدئية	0	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Ni)$	$n_i(Zn)$	$n_i(Ni^{2+})$	0
الحالة القصوى	x_m	$n_i(Zn^{2+})+x_m$	$n_i(Ni)+x_m$	$n_i(Zn)-x_m$	$n_i(Ni^{2+})-x_m$	$2x_m$

- تحديد التقدم الأقصى: $n_i(Ni^{2+})-x_m=0\Rightarrow x_m=n_i(Ni^{2+})=[Ni^{2+}].V$

- من الجدول الوصفي، كمية مادة الإلكترونات المتبادلة بين النوع المختزل والنوع المؤكسد هي: $n(e^-)=2x_m$

- نعلم أن كمية الكهرباء Q_m التي تجتاز الدارة خلال المدة الزمنية Δt_m هي: $Q_m=n(e^-)_m\times F=I\times\Delta t_m$

أي: $2x_m\times F=I\times\Delta t\Rightarrow 2.[Ni^{2+}].V\times F=I\times\Delta t_m$ ، ومنه: $\underline{\Delta t_m=\frac{2.[Ni^{2+}].V.F}{I}}$

- ت.ع: $\Delta t_m=\frac{2\times5.10^{-2}\times0,1\times96500}{0,1}=\underline{9650\,s}=2h\,40mn\,50s$

2.2- استنتاج التغير Δm لكتلة إلكترود النيكل :

- لدينا: $\Delta m(Ni)=\Delta n(Ni).M(Ni)$ ، مع $\Delta n(Ni)=n_f(Ni)-n_i(Ni)$

- حسب الجدول الوصفي: $n_f(Ni)=n_i(Ni)+x_m$ ، ومنه : $\Delta n(Ni)=n_f(Ni)-n_i(Ni)=x_m$

- نستنتج أن: $\Delta m(Ni)=x_m.M(Ni)\Rightarrow \underline{\Delta m(Ni)=\left[Ni^{2+}\right].V.M(Ni)}$

ت.ع: $\Delta m(Ni)=5.10^{-2}\times 0,1\times 58,7=\underline{0,293\,g}$

الفيزياء

التمرين الأول : تحديد تردد موجة ضوئية

1- العلاقة بين المقادير θ و λ و d:

يكون تعبير الفرق الزاوي θ الموافق للبقعة المركزية خلال الحيود بواسطة خيط قطره d هو: (1) $\underline{\theta=\frac{\lambda}{d}}$

2- إيجاد العلاقة بين المقادير L و λ و d و D، اعتمادا على الشكل1:

- حسب الشكل1، نجد العلاقة: $\tan(\theta)=\frac{L/2}{D}$ أي $\tan(\theta)=\frac{L}{2D}$، وبما أن الفرق الزاوي صغير، فإن: $\tan(\theta)\approx\theta$

وبالتالي: (2) $\underline{\theta=\frac{L}{2D}}$

- من العلاقتين (1) و(2) نستنتج: (3) $\underline{\theta=\frac{\lambda}{d}=\frac{L}{2D}}$

1.3- * تحديد طول الموجة λ انطلاقا من المنحنى:

- $\theta=f(\frac{1}{d})$ دالة خطية، فتكتب معادلة المستقيم: (4) $\underline{\theta=k.\frac{1}{d}}$، حيث k المعامل الموجه قيمته:

$$k=\frac{\Delta\theta}{\Delta(1/d)}=\frac{0,44.10^{-2}-0}{1.10^{4}-0}=\underline{4,4.10^{-7}\,m}$$

- بمماثلة المعادلة (4) مع المعادلة (1)، نستنتج أن: $\lambda=k=\underline{4,4.10^{-7}\,m}=440\,nm$

* استنتاج تردد الموجة $\nu(nu)$:

نطبق العلاقة $\lambda=c.T=\frac{c}{\nu}$، ومنه: $\nu=\frac{c}{\lambda}=\frac{3.10^{8}}{4,4.10^{-7}}=\underline{6,8.10^{14}\,Hz}$

2.3- أ - تعيين طول الموجة λ الذي يوافق أقصى قيمة لعرض البقعة المركزية:

- من المعادلتين نستنتج العلاقة التالية: $\underline{L=\frac{2D}{d}.\lambda}$

- نلاحظ كلما ارتفعت قيمة λ، ارتفعت قيمة L عرض البقعة الضوئية المركزية، وبالتالي: $\underline{\lambda=800\,nm}$

ب- لون البقعة المركزية:

خلال حيود الضوء الأبيض، تتألف البقعة المركزية من جميع أشعة الضوء الأبيض، ويؤدي تداخلها إلى ظهور اللون الأبيض.

التمرين الثاني: استجابة ثنائيي القطب RL و RLC لتوتر كهربائي

1) استجابة ثنائي القطب RL لتوتر كهربائي ثابت

1.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

- قانون إضافية التوترات: $u_b+u_R=E\ (*)$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2008 – الدورة الاستدراكية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية – تمارة

- في اصطلاح المستقبل : قانون أوم للموصل الأومي : $u_R = R.i$ و للوشيعة: $u_b = r.i + L.\frac{di}{dt}$

تكتب المعادلة (*) : $L.\frac{di}{dt} + (r+R).i = E$ أو: $\underline{(\frac{L}{r+R}).\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{r+R}}$ و هي المعادلة التفاضلية.

2.1- تحديد تعبير كل من الثابتة A والثابتة الزمن τ:

يكتب حل المعادلة السابقة على الشكل التالي: $i(t) = A.(1-e^{-t/\tau})$ و $\frac{di}{dt} = \frac{1}{\tau}.A.e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية: $\frac{L}{R+r}.(\frac{1}{\tau}.A.e^{-t/\tau}) + A.(1-e^{-t/\tau}) = \frac{E}{R+r}$

$$\Rightarrow \frac{L}{(R+r).\tau}.A.e^{-t/\tau} - A e^{-t/\tau} + A = \frac{E}{R+r}$$

ومنه: $A.e^{-t/\tau}\underbrace{(\frac{L}{\tau.(R+r)}.-1)}_{=0} + \underbrace{A - \frac{E}{R+r}}_{=0} = 0$ ، نستنتج أن: $\underline{A = \frac{E}{r+R}}$ و $\underline{\tau = \frac{L}{r+R}}$

3.1- تحديد قيمة كل من r و L انطلاقا من المبيان:

- في النظام الدائم، تكون شدة التيار ثابتة قيمتها: $I_0 = \frac{E}{R+r}$ ، ومنه: $\underline{r = \frac{E}{I_0} - R}$

* ت.ع: $I_0 = 100\,mA = 0{,}1\,A$ ، $R = R_1 = 20\Omega$ ، $E = 2{,}4V$: $r = \frac{2{,}4}{0{,}1} - 20 = \underline{4\Omega}$

- من المبيان: $\tau = 2{,}5\,ms$ ، إذا: $L = (R+r).\tau = (20+4)\times 2{,}4.10^{-3} = \underline{6.10^{-2}\,H}$

2) استجابة ثنائيي القطب RL و RLC لتوتر جيبي

1.2- تعيين المنحنى الموافق:

- ممانعة ثنائي القطب (D_1) هي: $Z_1 = \sqrt{R_0^2 + 4\pi^2 L^2.N^2}$

- ممانعة ثنائي القطب (D_2) هي: $Z_2 = \sqrt{R_0^2 + (2\pi\,L.N - \frac{1}{2\pi\,C.N})^2}$

$Z_1 = f(N)$ دالة تزايدية، إذا المنحنى (ب) يوافق ثنائي القطب (D_1)، وبالتالي فالمنحنى (أ) يوافق ثنائي القطب (D_2).

مبيانيا نجد $T = 4\,ms$ ، ونعلم أن: $T = T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$ ، ومنه: $C = \frac{T^2}{4.\pi^2.L} = \frac{(4.10^{-3})^2}{4\times 10\times 0{,}49} = \underline{8{,}2.10^{-7}\,F}$

2.2- استنتاج قيمة كل من R_0 و C:

- عند الرنين تكون ممانعة الدارة دنوية، ومن المنحنى (أ)، نجد: $\underline{R_0 = Z = 1000\Omega}$

- عند الرنين تتحقق العلاقة: $LC(2\pi N_0)^2 = 1$ ، ومنه:

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L N_0^2} = \frac{1}{4\times 10\times 6.10^{-2}\times (10^4)^2} = \underline{4{,}16.10^{-9}\,F}$$

3.2- إثبات العلاقة $N = \frac{N_0}{\sqrt{2}}$ ، حيث N تردد نقطة تقاطع المنحنيين:

يتقاطع المنحنيان عند نقطة حيث $N < N_0$ ، أي: $L(2\pi N) - \frac{1}{C(2\pi N)} < 0$

عند هذه النقطة تتحقق المتساوية: $Z_1=Z_2 \Leftrightarrow \sqrt{R_0^2+4\pi^2L^2.N^2}=\sqrt{R_0^2+(2\pi L.N-\frac{1}{2\pi C.N})^2}$

أو: $4\pi^2L^2.N^2=(2\pi L.N-\frac{1}{2\pi C.N})^2$ ، ومنه: $2\pi L.N=-\underbrace{(2\pi L.N-\frac{1}{2\pi C.N})}_{<0}$

أي: $N^2=\frac{1}{8\pi^2 CL}$ ، ونعلم أن: ${N_0}^2=\frac{1}{4\pi^2 LC}$ ، وبالتالي: $N^2=\frac{N_0^2}{2}$ ، ونستنتج: $N=\frac{N_0}{\sqrt{2}}$

4.2- استجابة (D_1) و (D_2):

لدينا في هذه الحالة $Z_1=Z_2$ ، ونعلم أن: $U=Z_1.I_1$ و $U=Z_2.I_2$ ، ومنه: $Z_2.I_2=Z_1.I_1 \Leftarrow \underline{I_2=I_1}$

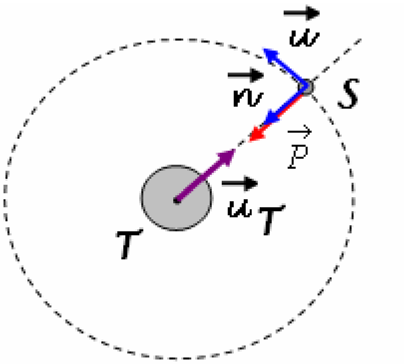
التمرين الثالث:

الجزء (1) : مقارنة كتلة الشمس وكتلة الأرض

1- * إبراز طبيعة حركة القمر الاصطناعي:

- المجموعة المدروسة : { القمر الاصطناعي }
- تخضع المجموعة إلى وزنها $\vec{P}$
- نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{ext}=m.\vec{a} \Rightarrow \vec{P}=m.\vec{a} \quad (*)$$



- يعبر عن وزن القمر الاصطناعي الذي يوجد عند العلو h من سطح الأرض بـ :

$\vec{P}=-\frac{G.m_T.m}{r^2}\vec{u}_T$ ، حيث $r=R+h$ و $\vec{u}_T=-\vec{n}$

- نعوض في (*)، ونحصل على: $\vec{a}=\frac{G.m_T}{r^2}\vec{n} \quad (1)$

- باستعمال معلم فريني $(S,\vec{u},\vec{n})$ ، لدينا: $\vec{a}=a_T.\vec{u}+a_N.\vec{n} \quad (2)$

- بمماثلة (1) و(2) نستنتج أن : $a_T=0 \quad (3)$ و $a_N=\frac{G.m_T}{r^2} \quad (4)$

- من العلاقة (3): $\frac{dv}{dt}=a_T=0 \Leftarrow \underline{v=Cte}$: حركة القمر الاصطناعي **<u>منتظمة</u>**

- من العلاقة (4): $\frac{v^2}{r}=a_N=\frac{G.m_T}{r^2} \Leftarrow \underline{r=\frac{G.m_T}{v^2}=Cte}$: حركة القمر الاصطناعي **<u>دائرية</u>**

نستنتج أن حركة القمر الاصطناعي **<u>دائرية منتظمة</u>** في المعلم المركزي الأرضي.

* تعبير الدور T: $T=\frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T=\frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G.m_T}{r}}} \Rightarrow \underline{T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_T}}}$

2- تعبير K بدلالة G و m_T :

- يكتب القانون الثالث لكبلير: $\frac{T^2}{r^3}=K$ (*)

- من تعبير الدور T نستنتج العلاقة: $\frac{T^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{G.m_T}$ (*')

- بمماثلة (*) و(*')، نستنتج: $\underline{\frac{T^2}{r^3}=K=\frac{4\pi^2}{G.m_T}}$ (a)

-3 أيجاد تعبير النسبة $\frac{m_S}{m_T}$:

- إذا اعتبرنا الحركة الدائرية المنتظمة للأرض حول الشمس، فإن دور هذه الحركة T_T وشعاع مسارها r_T يحققان العلاقة التالية:

(القانون الثالث لكبلير) $\frac{T_T^2}{r_T^3}=K'=\frac{4\pi^2}{G.m_S}$ (b)

- نقسم (a) على (b): $\frac{m_S}{m_T}=\frac{\frac{4\pi^2}{G.m_T}}{\frac{4\pi^2}{G.m_S}}=\frac{\frac{T^2}{r^3}}{\frac{T_T^2}{r_T^3}} \Rightarrow \underline{\frac{m_S}{m_T}=(\frac{T}{T_T})^2.(\frac{r_T}{r})^3}$

- ت.ع: $\frac{m_S}{m_T}=(\frac{1}{365,25})^2\times(\frac{1,496.10^8}{4,22.10^4})^3\approx\underline{3,33.10^5}$

بالتقريب، تفوق كتلة الشمس كتلة الأرض بـ **333 ألف مرة**.

- بما أن مدار القمر دائري فإن التسارع $\vec{a}$ مركزي انجذابي، فنسقط العلاقة (*)

في معلم فريني وبالنسبة للمركبة المنظمية $\vec{n}$ فنحصل على:

$G.\frac{M_T.m}{r^2}=m.\frac{v^2}{r}$ ، ومنه: $\underline{v=\sqrt{\frac{G.M_T}{r}}}$

- ت.ع: $v=\sqrt{\frac{6,67.10^{-11}\times5,98.10^{24}}{7000.10^3}}=\underline{7548,56\,m.s^{-1}}$

الجزء (2) : قياس كتلة جسم داخل مركبة فضائية

-1 إطالة النابضين عند التوازن:

- المجموعة المدروسة: {المقصورة – (C_1)}

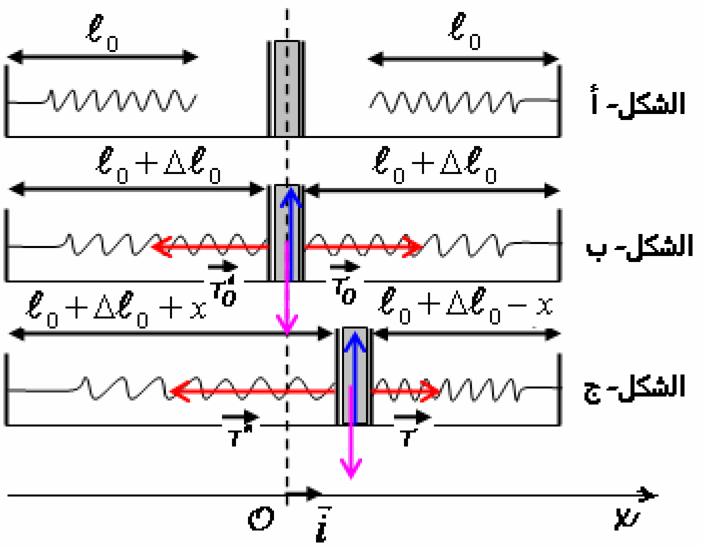
- جرد القوى المطبقة على المجموعة :

* وزن المجموعة: $\vec{P}$ * تأثير السطح الأفقي: $\vec{R}$

* تأثير النابض (R_1): $\vec{T_0}$ * تأثير النابض (R_2): $\vec{T'_0}$

- حسب الشكل- ب، عند التوازن، نكتب: $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T_0}+\vec{T_0'}=\vec{0}$

- الإسقاط على المحور الأفقي Ox : $0+0+T_0-T_0'=0$ ، أي: $k.\Delta\ell_1-k.\Delta\ell_2=0$



وبالتالي: $\underline{\Delta\ell_1=\Delta\ell_2=\Delta\ell_0}$

2- التحقق من المعادلة التفاضلية:

- المجموعة المدروسة: $\{(C_1)-\text{(المقصورة)}\}$
- جرد القوى المطبقة على المجموعة :

* وزن المجموعة: $\vec{P}$ * تأثير السطح الأفقي: $\vec{R}$
* تأثير النابض (R_1): $\vec{T}$ * تأثير النابض (R_2): $\vec{T'}$

- نطبق القانون الثاني لنيوتن (الشكل-ج)، فنكتب:

$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}+\vec{T'}=(m+M_1).\vec{a}$$

- الإسقاط على المحور الأفقي Ox :

$$0+0+T-T'=(m+M_1).a$$

أي:

$$\underbrace{k.[\ell_0+\Delta\ell_0-x-(\ell_0+\Delta\ell_0)]}_{=T}-\underbrace{k.[\ell_0+\Delta\ell_0+x-(\ell_0+\Delta\ell_0)]}_{=T'}=(m+M_1).\frac{d^2x}{dt^2}$$

أو: $-2.k.x=(m+M_1).\dfrac{d^2x}{dt^2}$ ، ثم نحصل على المعادلة التفاضلية: $\underline{(*)}$ $\underline{\dfrac{d^2x}{dt^2}+\dfrac{2.k}{m+M_1}.x=0}$

1.3- تحديد الطور φ انطلاقا من المبيان:

- لدينا: $x(t)=x_m\cos(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ و $\dfrac{dx}{dt}=-\dfrac{2\pi}{T_0}x_m\sin(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$

- نلاحظ من المنحنى أن عند اللحظة $t_0=0$ فإن $x(0)=x_0=0$ ، ومنه: $\cos(\varphi)=0 \Leftarrow \varphi=\pm\dfrac{\pi}{2}$

- نلاحظ من المنحنى أن عند اللحظة $t_0=0$ فإن $(\dfrac{dx}{dt})_{t_0=0}<0$ ، أي: $-\dfrac{2\pi}{T_0}x_m\sin(\varphi)<0$

وعلما أن $x_m>0$ و $T_0>0$ فإن: $\sin(\varphi)>0$ ، وبالتالي فالحل المناسب هو: $\underline{\varphi=+\dfrac{\pi}{2}\,rad}$

2.3- إيجاد تعبير الدور الخاص T_0:

- حل هذه المعادلة هو : $x=x_m\cos(\dfrac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$ ، و المشتقة الأولى هي: $\dfrac{dx}{dt}=-\dfrac{2.\pi}{T_0}x_m\sin(\dfrac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$

والمشتقة الثانية هي: $\dfrac{d^2x}{dt^2}=-\left(\dfrac{2.\pi}{T_0}\right)^2\underbrace{x_m\cos(\dfrac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)}_{=x(t)}$ وتكافؤ الكتابة : $\dfrac{d^2x}{dt^2}=-\left(\dfrac{2.\pi}{T_0}\right)^2.x$

فنحصل على المعادلة التالية: $\underline{(*')}$ $\dfrac{d^2x}{dt^2}+\left(\dfrac{2.\pi}{T_0}\right)^2.x=0$

وبمطابقة المعادلتين $\underline{(*)}$ و$\underline{(*')}$ نستنتج العلاقة: $\left(\dfrac{2.\pi}{T_0}\right)^2=\dfrac{2.k}{m+M}$ ، ومنه: $\underline{T_0=2.\pi\sqrt{\dfrac{m+M}{2.k}}}$

3.3- حساب قيمة k باستغلال مبيان الشكل-2-:

- لدينا من المبيان: $T_0 = 1s$

- من العلاقة السابقة للدور الخاص، نجد: $T_0^2 = 4.\pi^2.\frac{m+M}{2.k}$ ، ومنه: $\underline{k = 2.\pi^2.\frac{m+M}{T_0^2}}$

- ت.ع: $k = 2\times 10\times\frac{0,2+0,1}{1^2} = \underline{6\,N.m^{-1}}$

4.3- نستنتج من التجربة أن الدور الخاص للمتذبذب لا يتعلق بمكان إجراء هذه التجربة، إنما يتعلق بكتلة المتذبذب وبصلابة النابض.

5.3- استنتاج قيمة الكتلة M_2:

يكتب تعبير الدور الخاص للمتذبذب الجديد: $T_0 = 2.\pi\sqrt{\frac{m+M_2}{2.k}}$ ، أي: $T_0^2 = 2.\pi^2.\frac{m+M_2}{k}$

ومنه: $\underline{M_2 = \frac{k.T_0^2}{2.\pi^2} - m}$

- ت.ع: $M_2 = \frac{6\times 1,5^2}{2\times 10} - 0,2 = \underline{0,475\ kg}$